Formularium Wiskunde

Inhoudstafel

Algebra

Meetkunde

Merkwaardige producten

$\forall A, B \in \mathbb{R}:$

$$\boxed{(A+B)(A-B) = A^2 - B^2}$$

$$(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$
$$(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$$

$$(A+B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$$
$$(A-B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$$

<u>Opmerking</u>:

$$(-A+B)^2 = (A-B)^2$$
$$(-A-B)^2 = (A+B)^2$$
$$(-A+B)^3 = -(A-B)^3$$
$$(-A-B)^3 = -(A+B)^3$$

n-de wortels van een reëel getal

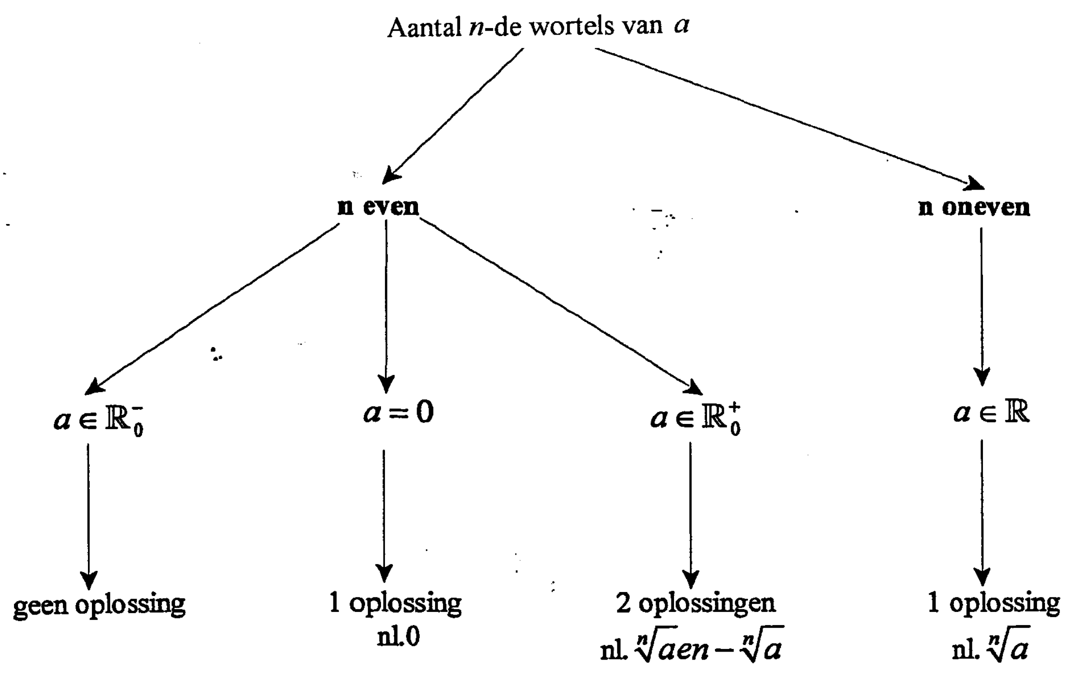
Definitie

Het reëel getal b is een n-de wortel van het reëel getal $a \Leftrightarrow b^n = a$

Rekenregel

breuken	decimale getallen
$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$	Neem de n-de wortel van het getal zonder komma. Deel het aantal decimalen door n.

Aantal n-de wortels van een reëel getal



Eigenschappen van vierkantswortels

Vierkantswortel van een product

$$\forall a, b, c \in \mathbb{R}^+ : \sqrt{a.b.c} = \sqrt{a}.\sqrt{b}.\sqrt{c}$$

Vierkantswortel van een quotiënt

$$\forall a \in \mathbb{R}^+ : \forall b \in \mathbb{R}_0^+ : \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Ongelijkheden van de eerste graad met één onbekende

Oplossingsmethode

Zelfde als bij vergelijkingen van de eerste graad in één onbekende

Termen en factoren overbrengen

Methode 1 **Gebruik de eigenschappen**	**Methode 2** **overbrengingsregels**
$\forall a,b,c \in \mathbb{R} : a < b \Leftrightarrow a+c < b+c$	Breng een term naar het andere lid door hem te vervangen door zijn tegengestelde, en behoudt de zin van de ongelijkheid.
$\forall a,b \in \mathbb{R} : \forall c \in \mathbb{R}_0^+ : a < b \Leftrightarrow a.c < b.c$	Breng een (strikt) positieve factor naar het andere lid door hem te vervangen door zijn omgekeerde, en behoudt de zin van de ongelijkheid.
$\forall a,b \in \mathbb{R} : \forall c \in \mathbb{R}_0^- : a < b \Leftrightarrow a.c > b.c$	Breng een (strikt) negatieve factor naar het andere lid door hem te vervangen door zijn omgekeerde, en verander de zin van de ongelijkheid.

Vergelijkingen van de tweede graad met één onbekende: vierkantsvergelijkingen

$$ax^2+bx+c=0 \qquad met\, a \in \mathbb{R}_0; b,c \in \mathbb{R}$$

Onvolledige vierkantsvergelijkingen	**Algemene methode**
	D = b² - 4ac
$ax^2+c=0$ $\rightarrow$ geen wortels als a en c hetzelfde teken hebben $\rightarrow$ 2 tegengestelde wortels, als a en c tegengesteld teken hebben nl. $\sqrt{-\frac{c}{a}}$ en $-\sqrt{-\frac{c}{a}}$	***D > 0*** $\rightarrow$ 2 wortels, nl. $x_1 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a}$ en $x_2 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a}$
$ax^2=0$ $\rightarrow$ 1 dubbele wortel, nl. 0	***D = 0*** $\rightarrow$ 1 dubbele wortel, nl. $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$
$ax^2+bx=0$ $\rightarrow$ 2 wortels, nl. 0 en $-\frac{b}{a}$	***D < 0*** $\rightarrow$ geen wortels in $\mathbb{R}$

Vergelijkingen van een graad hoger dan twee met één onbekende

Oplossingsmethode

- ◊ Haken wegwerken en noemers verdrijven
- ◊ Herleid de vergelijking op nul
- ◊ Ontbind de veelterm in het eerste lid in factoren van de eerste of de tweede graad
- ◊ Laat de vergelijking uiteenvallen in vergelijkingen van de eerste of de tweede graad
- ◊ Los deze vergelijkingen op
- ◊ De oplossingenverzameling van de gegeven vergelijking is de vereniging van de oplossingenverzamelingen van de ontstane vergelijkingen bij het uiteenvallen

Vergelijkingen van de eerste graad met twee onbekenden

$$ux + vy + w = 0 \text{ met } u, v, w \in \mathbb{R} \text{ en } u \neq 0 \vee v \neq 0$$

Oplossingsmethode

- ◊ Geef één van de twee onbekenden een waarde
- ◊ los de overblijvende vergelijking met één onbekende op

Oplossingenverzameling	
Algebraïsch	$\left\{ \left(t; -\frac{ut+w}{v} \right) \middle\| t \in \mathbb{R} \right\}$
Grafisch	Rechte: zie eerstegraadsfuncties in $\mathbb{R}$: algemeen Punt P(a, b) P$\in$ rechte $\Leftrightarrow$ $ua + vb + w = 0$

Eigenschappen die kunnen gebruikt worden bij het oplossen van vergelijkingen en ongelijkheden

Een product gelijk aan nul

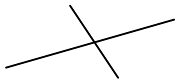
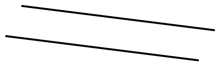
$\forall a, b \in \mathbb{R} : a.b = 0 \Leftrightarrow a = 0 \vee b = 0$

Een product verschillend van nul

$\forall a, b \in \mathbb{R} : a.b \neq 0 \Leftrightarrow a \neq 0 \wedge b \neq 0$

Stelsels van twee vergelijkingen van de eerste graad met twee onbekenden

<u>Oplossingsmethode</u>

Grafische oplossingsmethode	◊ Kies een cartesisch assenstelsel ◊ Teken de grafische voorstelling van de oplossingenverzameling van elke vergelijking .	
	3 gevallen	
	snijdende rechten: 	stelsel heeft precies één oplossing, nl. de coördinaat van het snijpunt.
	evenwijdige rechten: 	Stelsel heeft geen oplossingen
	samenvallende rechten: 	Stelsel heeft oneindig veel oplossingen, nl. de coördinaat van alle punten van de rechte
Substitutiemethode	◊ Zonder in één van de vergelijkingen een onbekende af en behoud de andere vergelijking ◊ Vervang deze afgezonderde onbekende in de andere vergelijking door de uitdrukking die je hebt verkregen ◊ Los deze vergelijking met één onbekende op ◊ Vul de gevonden waarde in de vergelijking met afgezonderde onbekende in en los op	
Combinatiemethode	◊ Maak een lineaire combinatie van de gegeven vergelijkingen, waarbij je de vermenigvuldigers zo kiest dat in deze lineaire combinatie één van de onbekenden niet meer voorkomt ◊ Vorm het stelsel dat bestaat uit deze lineaire combinatie en één van de gegeven vergelijkingen ◊ Los deze vergelijking met één onbekende op ◊ Vul de gevonden waarde in de andere vergelijking in en los op	

8. Het quotiënt van een veelterm A en een eenterm B als graad A ≥ graad B

◊ Deel elke term van de veelterm door de eenterm
◊ Tel de verkregen eentermen op

9. Delen van een veelterm door een veelterm: werkwijze

◊ Rangschik deeltal en deler naar de dalende exponenten van de onbepaalde, en vul in het deeltal de ontbrekende termen aan met coëfficiënt 0 waarvan de graad kleiner is dan de graad van het deeltal zelf
◊ Deel de hoogstegraadsterm van het deeltal door de hoogstegraadsterm van de deler. Zo vind je de hoogstegraadsterm van het quotiënt
◊ Vermenigvuldig deze eerste term van het quotiënt met de deler en trek dit verkregen product af van het deeltal
◊ Herhaal deze werkwijze totdat de voorlopige rest gelijk is aan de nulveelterm of van een lagere graad is dan de deler

10. Delen van een veelterm door een tweeterm van de vorm x – a: algoritme van Horner

◊ Teken het schema

◊ Op plaats ① noteer je het tegengestelde van de constante term van de deler
◊ Op plaats ② noteer je de coëfficiënten van het deeltal, gerangschikt naar de dalende exponenten van de onbepaalde. Vul de ontbrekende termen aan met coëfficiënt 0 waarvan de graad kleiner is dan de graad van het deeltal zelf
◊ Op plaats ③ herschrijf je de eerste coëfficiënt van het deeltal
◊ Op plaats ④ noteer je het product van het getal op plaats ① en plaats ③
◊ Op plaats ⑤ komt de som van de tweede coëfficiënt van het deeltal met het getal op plaats ④. Herhaal deze werkwijze
◊ Onderaan het schema vind je de coëfficiënten van het quotiënt, gerangschikt naar dalende exponenten van de onbepaalde, waarbij het laatste getal de rest voorstelt.
De graad van het quotiënt is één minder dan die van het deeltal.

Restregel
De rest van de deling van een veelterm $A(x)$ door x – a is de getalwaarde van het deeltal $A(x)$ voor a.

Deelbaarheid van een veelterm $A(x)$ door x – a

$A(x)$ is deelbaar door x – a $\Leftrightarrow$ $A(a)=0$

Kenmerk van deelbaarheid door x – 1
Een veelterm $A(x)$ is deelbaar door x – 1 $\Leftrightarrow$ de som van zijn coëfficiënten nul is

Kenmerk van deelbaarheid door x + 1
Een veelterm $A(x)$ is deelbaar door x + 1 $\Leftrightarrow$ de som van de coëfficiënten van de evengraadstermen gelijk is aan de som van de coëfficiënten van de onevengraadstermen

Veeltermen ontbinden in factoren

Tweetermen

1) gemeenschappelijke factor buiten haken brengen
2) $A^2-B^2=(A+B)(A-B)$
3) $A^3+B^3=(A+B)\left(A^2-AB+B^2\right)$ of $A^3-B^3=(A-B)\left(A^2+AB+B^2\right)$
4) delers van de vorm *x – a* opsporen (enkel bij veeltermen met één onbepaalde)

Drietermen

1) gemeenschappelijke factor buiten haken brengen
2) $A^2+2AB+B^2=(A+B)^2$
3) $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$; met x_1 en x_2 de wortels van de corresponderende vierkantsvergelijking (enkel bij veeltermen met één onbepaalde)
4) delers van de vorm *x – a* opsporen (enkel bij veeltermen met één onbepaalde)

Viertermen

1) gemeenschappelijke factor buiten haken brengen
2) samennemen van termen
3) $A^3+3A^2B+3AB^2+B^3=(A+B)^3$ of $A^3-3A^2B+3AB^2-B^3=(A-B)^3$
4) delers van de vorm *x – a* opsporen (enkel bij veeltermen met één onbepaalde)

Vijftermen, zestermen, …

1) gemeenschappelijke factor buiten haken brengen
2) delers van de vorm *x – a* opsporen (enkel bij veeltermen met één onbepaalde)

Restregel
De rest van de deling van een veelterm $A(x)$ door x – a is de getalwaarde van het deeltal $A(x)$ voor a.

Deelbaarheid van een veelterm $A(x)$ door x – a

$A(x)$ is deelbaar door x – a $\Leftrightarrow$ $A(a)=0$

Kenmerk van deelbaarheid door x – 1
Een veelterm $A(x)$ is deelbaar door x – 1 $\Leftrightarrow$ de som van zijn coëfficiënten nul is

Kenmerk van deelbaarheid door x + 1
Een veelterm $A(x)$ is deelbaar door x + 1 $\Leftrightarrow$ de som van de coëfficiënten van de evengraadstermen gelijk is aan de som van de coëfficiënten van de onevengraadstermen

Veeltermen ontbinden in factoren

Tweetermen

1) gemeenschappelijke factor buiten haken brengen
2) $A^2-B^2=(A+B)(A-B)$
3) delers van de vorm *x* – *a* opsporen (enkel bij veeltermen met één onbepaalde)

Drietermen

1) gemeenschappelijke factor buiten haken brengen
2) $A^2+2AB+B^2=(A+B)^2$
3) delers van de vorm *x* – *a* opsporen (enkel bij veeltermen met één onbepaalde)

Viertermen, vijftermen, zestermen, …

1) gemeenschappelijke factor buiten haken brengen
2) delers van de vorm *x* – *a* opsporen (enkel bij veeltermen met één onbepaalde)

Functies in ℝ

Definitie

Een functie in ℝ is een verzameling koppels reële getallen waarbij elk reëel getal hoogstens één beeld heeft.

Benamingen

Koppel (a,b) van een functie f

$\downarrow$

Beeld van a door f, not. $f(a)=b$

of **functiewaarde** van f in a

Voorstellingswijzen voor een functie:

- ◊ functiewaardentabel
- ◊ grafiek
- ◊ voorschrift: $y = f(x)$

Constante functie

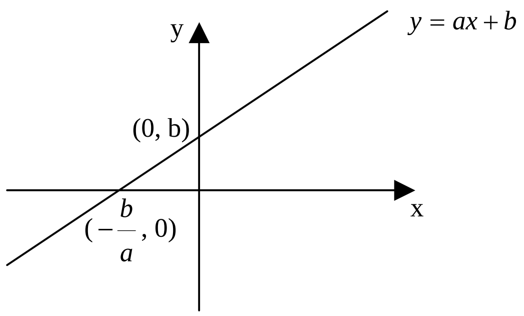
Een constante functie is een functie met een voorschrift van de gedaante $y=c$, met $c \in \mathbb{R}$
De grafiek is een rechte evenwijdig met de x-as, met vergelijking $y=c$

Eerstegraadsfuncties in ℝ

Definitie

Een eerstegraadsfunctie in ℝ is een functie met een voorschrift van de gedaante
$y = ax + b$ met $a \in \mathbb{R}_0$ en $b \in \mathbb{R}$.

Grafiek:



Nulwaarde van de functie: $-\frac{b}{a}$

Richtingscoëfficiënt:

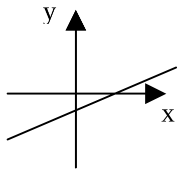
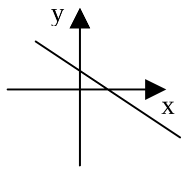
Het getal a heet de richtingscoëfficiënt (rico) van de rechte. Dit is de coëfficiënt van x in de naar y opgeloste vergelijking.

Eigenschappen van de rico

Hoe groter $|a|$, hoe groter de helling van de rechte.

Twee rechten met dezelfde richtingscoëfficiënt zijn evenwijdig

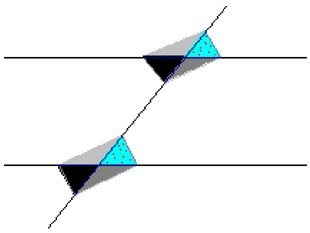
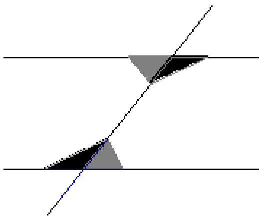
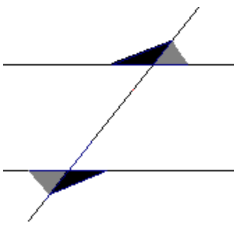
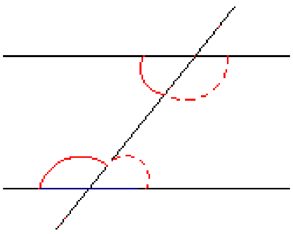
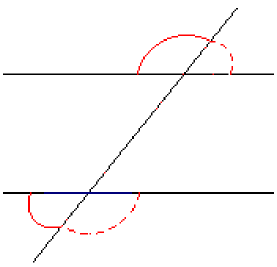
Stijgen en dalen

Een eerstegraadsfunctie is stijgend als a > 0	
Een eerstegraadsfunctie is dalend als a < 0	

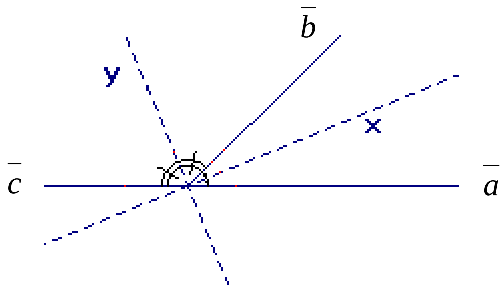
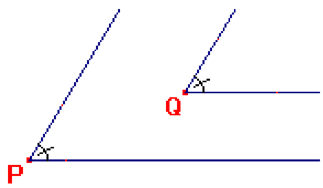
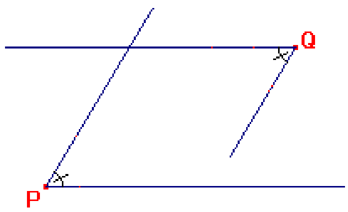
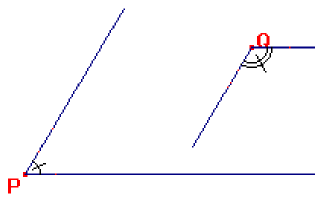
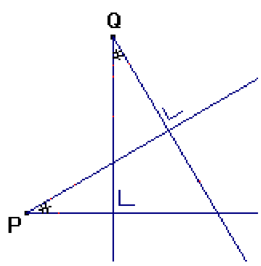
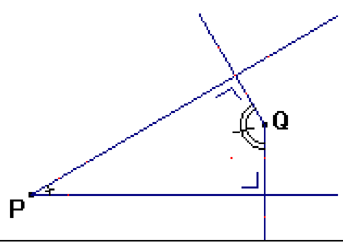
Algemeen: Vergelijking van een rechte: $ux + vy + w = 0$

Vergelijking		Grafiek	Rico
$ux + vy + w = 0$ of $y = ax + b$	$u, v \in \mathbb{R}_0$ en $w \in \mathbb{R}$ $a \in \mathbb{R}_0$ en $b \in \mathbb{R}$	Rechte niet evenwijdig met één van de assen	$-\frac{u}{v}$ a
$ux + vy = 0$ of $y = ax$	$u, v \in \mathbb{R}_0$ $a \in \mathbb{R}_0$	Rechte door de oorsprong, die niet samenvalt met één van de assen	$-\frac{u}{v}$ a
$vy + w = 0$ of $y = b$	$v \in \mathbb{R}_0$ en $w \in \mathbb{R}$ $b \in \mathbb{R}$	Rechte evenwijdig met de x-as (grafiek van constante functie)	0 0
$ux + w = 0$ of $x = c$	$u \in \mathbb{R}_0$ en $w \in \mathbb{R}$ $c \in \mathbb{R}$	Rechte evenwijdig met de y-as (grafiek is geen functie)	Geen rico Geen rico
$vy = 0$ of $y = 0$	$v \in \mathbb{R}_0$	x-as (grafiek van constante functie)	0 0
$ux = 0$ of $x = 0$	$u \in \mathbb{R}_0$	y-as (grafiek is geen functie)	Geen rico Geen rico

Overeenkomstige hoeken, verwisselende binnenhoeken, verwisselende buitenhoeken, binnenhoeken aan dezelfde kant van de snijlijn, buitenhoeken aan dezelfde kant van de snijlijn

Overeenkomstige hoeken	
Verwisselende binnenhoeken	
Verwisselende buitenhoeken	
Binnenhoeken aan dezelfde kant van de snijlijn	
Buitenhoeken aan dezelfde kant van de snijlijn	

Eigenschappen in verband met hoeken

De bissectrices van twee nevenhoeken staan loodrecht op elkaar x bissectrice van $\widehat{\bar{a}\bar{b}}$ y bissectrice van $\widehat{\bar{b}\bar{c}}$ $\Rightarrow x \perp y$	
Twee hoeken waarvan de benen paarsgewijs evenwijdig zijn in dezelfde zin, zijn even groot.	
Twee hoeken, waarvan de benen paarsgewijs evenwijdig zijn in tegengestelde zin, zijn even groot	
Twee hoeken waarvan één paar benen evenwijdig is in dezelfde zin en één paar benen evenwijdig is in tegengestelde zin, zijn elkaars supplement. $\left\|\hat{P}\right\| + \left\|\hat{Q}\right\| = 180^\circ$	
Twee scherpe hoeken of twee stompe hoeken waarvan de benen paarsgewijs loodrecht op elkaar staan, zijn even groot	
Een scherpe en een stompe hoek waarvan de benen paarsgewijs loodrecht staan op elkaar, zijn elkaars supplement $\left\|\hat{P}\right\| + \left\|\hat{Q}\right\| = 180^\circ$	

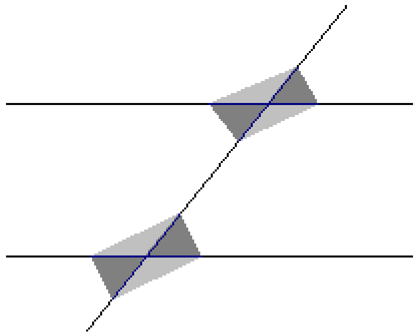
Voor twee evenwijdige rechten en een snijlijn geldt:

1. twee overeenkomstige hoeken zijn even groot
2. twee verwisselende binnenhoeken zijn even groot
3. twee verwisselende buitenhoeken zijn even groot
4. twee binnenhoeken aan een zelfde kant van de snijlijn zijn supplementair
5. twee buitenhoeken aan een zelfde kant van de snijlijn zijn supplementair

Omgekeerd

Twee rechten gesneden door een snijlijn, zijn evenwijdig in elk van de volgende gevallen:

1. twee overeenkomstige hoeken even groot zijn
2. twee verwisselende binnenhoeken even groot zijn
3. twee verwisselende buitenhoeken even groot zijn
4. twee binnenhoeken aan een zelfde kant van de snijlijn supplementair zijn
5. twee buitenhoeken aan een zelfde kant van de snijlijn supplementair zijn



Alle lichtgrijze hoeken zijn gelijk.

Alle donkergrijze hoeken zijn gelijk.

Elke lichtgrijze hoek is supplementair met elke donkergrijze hoek.

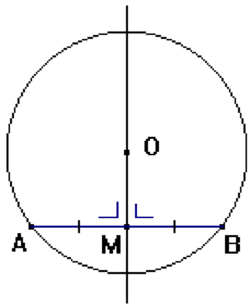
Stellingen en eigenschappen in verband met een cirkel

Stellingen over een koorde

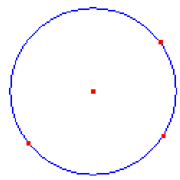
De loodlijn uit het middelpunt op een koorde deelt die koorde middendoor.

De rechte die het middelpunt verbindt met het midden van een koorde, staat loodrecht op die koorde.

De middelloodlijn van een koorde gaat door het middelpunt

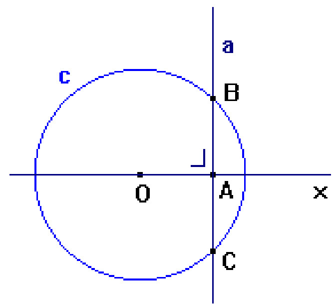


Door drie niet op één zelfde rechte gelegen punten gaat precies één cirkel

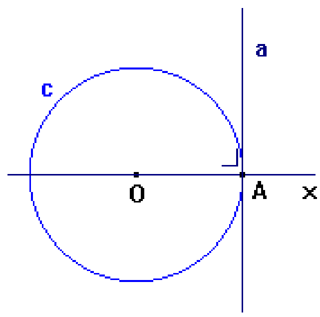


Onderlinge ligging van een rechte en een cirkel

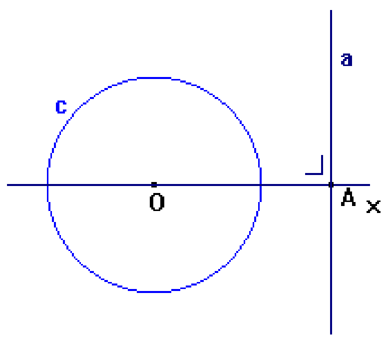
$|OA| < r \Leftrightarrow c \cap a$ bestaat uit twee verschillende punten



$|OA| = r \Leftrightarrow c \cap a$ bestaat uit één punt



$|OA| > r \Leftrightarrow c \cap a = \phi$

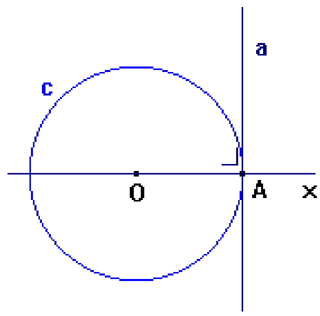


Raaklijn aan een cirkel

Een raaklijn aan een cirkel is een rechte die met de cirkel precies één punt gemeenschappelijk heeft. Dit punt noemen we het raakpunt.

1) De raaklijn in een punt van een cirkel staat loodrecht op de straal naar dit punt.

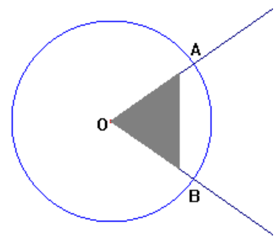
2) De rechte die in een punt van de cirkel loodrecht op de straal naar dit punt staat, is een raaklijn aan de cirkel.



Middelpuntshoeken en omtrekshoeken

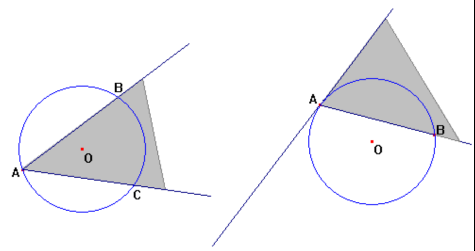
middelpuntshoek

Een middelpuntshoek van een cirkel is een hoek waarvan het hoekpunt het middelpunt van de cirkel is.



omtrekshoek

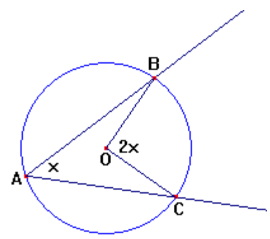
Een omtrekshoek van een cirkel is een hoek waarvan het hoekpunt gelegen is op de cirkel en waarvan beide benen de cirkel snijden of waarvan één been de cirkel snijdt en één been de cirkel raakt.



Stellingen over middelpuntshoeken en omtrekshoeken

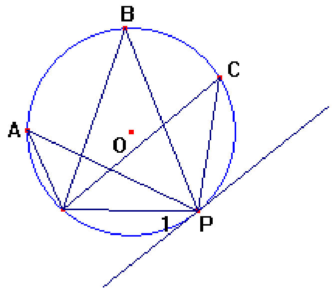
In een cirkel is een omtrekshoek half zo groot als de middelpuntshoek die op dezelfde boog staat.

$$\left|\hat{A}\right| = \frac{1}{2}\left|\hat{O}\right|$$



Alle omtrekshoeken van een cirkel die op een zelfde boog staan, zijn even groot.

$$\left|\hat{A}\right| = \left|\hat{B}\right| = \left|\hat{C}\right| = \left|\hat{P}_1\right|$$



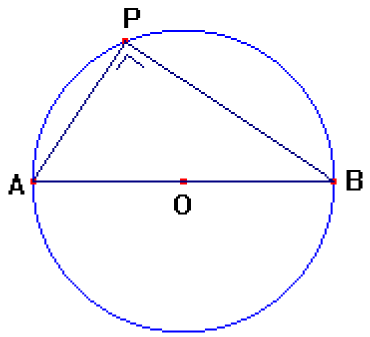
Een omtrekshoek van een cirkel waarvan de benen door de grenspunten van een middellijn gaan, is recht.

$$\left|A\hat{P}B\right| = 90°$$

Omgekeerde stelling

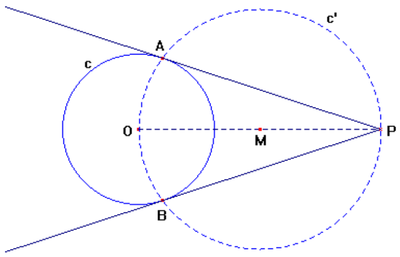
Een punt van waaruit een lijnstuk onder een rechte hoek gezien wordt, ligt op de cirkel met dit lijnstuk als middellijn.

$$\left|A\hat{P}B\right| = 90° \Rightarrow P \text{ ligt op de cirkel met middellijn} \left[AB\right]$$



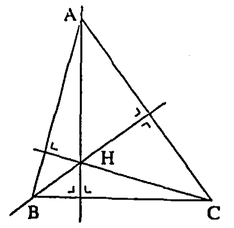
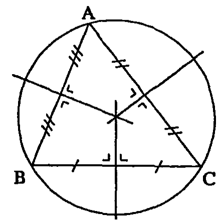
Het construeren van de raaklijnen uit een punt P aan de cirkel *c*

- ❖ Construeer de cirkel *c'* met middellijn $\left[OP\right]$
- ❖ De rechte door P en een snijpunt van de cirkels *c* en *c'* is een raaklijn uit P aan de cirkel *c*.



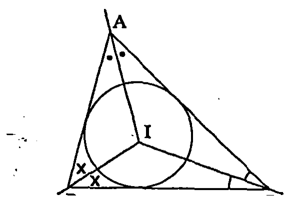
Merkwaardige rechten van een driehoek

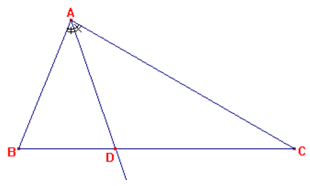
Merkwaardige rechten van een driehoek

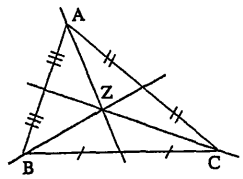
<table>
<tr>
<td>De loodlijn uit een hoekpunt van een driehoek op de overstaande zijde noemen we een hoogtelijn van die driehoek.
De drie hoogtelijnen van een driehoek gaan door één punt, het hoogtepunt</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>De middelloodlijn van een zijde van een driehoek noemen we een middelloodlijn van die driehoek.
De middelloodlijnen van een driehoek gaan door één punt, het middelpunt van de omcirkel.</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>De bissectrices van een hoek van een driehoek noemen we ook een bissectrice van die driehoek.
De drie bissectrices van een driehoek gaan door één punt, het middelpunt van de incirkel.

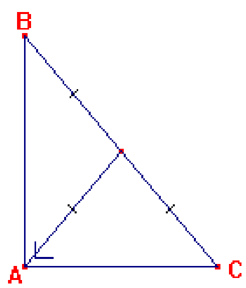
Bissectricestelling

Een bissectrice van een hoek van een driehoek verdeelt de overstaande zijde in stukken waarvan de lengten evenredig zijn met de lengten van de aanliggende zijden.

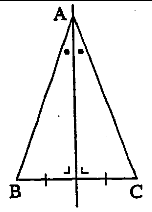
$$\frac{|BD|}{|DC|}=\frac{|AB|}{|AC|}$$</td>
<td>


</td>
</tr>
<tr>
<td>De rechte die door een hoekpunt gaat en door het midden van de overstaand zijde noemen we een zwaartelijn van die driehoek.
De drie zwaartelijnen van een driehoek gaan door één punt, het zwaartepunt.
Het zwaartepunt verdeelt elk zwaartelijnstuk in twee lijnstukken waarvan het ene dubbel zo lang is als het andere.

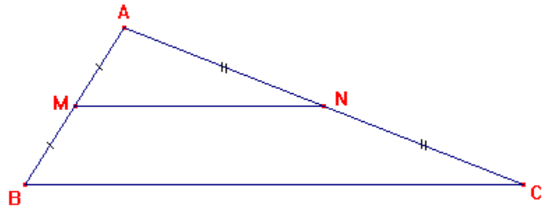
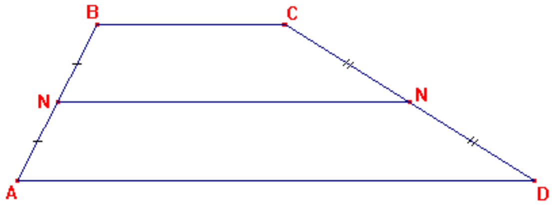
Zwaartelijnstuk in een rechthoekige driehoek
De lengte van het zwaartelijnstuk naar de schuine zijde van een rechthoekige driehoek is de helft van de lengte van die schuine zijde.</td>
<td>


</td>
</tr>
</table>

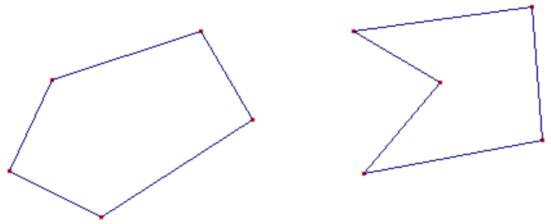
Merkwaardige rechten van een gelijkbenige driehoek

De symmetrieas van een gelijkbenige driehoek is tevens middelloodlijn van de basis en hoogtelijn, bissectrice en zwaartelijn door de top.	

Middenparallel van een driehoek en trapezium

Middenparallel van een driehoek Het lijnstuk dat de middens van twee zijden van een driehoek verbindt, is evenwijdig met de derde zijde en half zo lang als die derde zijde. *Omgekeerd* Een rechte, door het midden van een zijde van een driehoek evenwijdig met een andere zijde getrokken, gaat door het midden van de derde zijde.	 $\|AM\| = \|MB\| \, en \, \|AN\| = \|NC\|$ $\Rightarrow MN \,//\, BC \, en \, \|MN\| = \frac{1}{2}\|BC\|$
Middenparallel van een trapezium Het lijnstuk dat de middens van de opstaande zijden van een trapezium verbindt, is evenwijdig met de evenwijdige zijden en heeft een lengte die de halve som is van de lengten van die evenwijdige zijden	 $\|AM\| = \|MB\| \, en \, \|CN\| = \|ND\|$ $\Rightarrow MN \,//\, AD \,//\, BC \, en \, \|MN\| = \frac{1}{2}(\|AD\| + \|BC\|)$

Som hoekgrootten convexe n-hoek

Een veelhoek is convex als je vanuit elk binnenpunt in rechte lijn naar elk ander binnenpunt kunt gaan zonder de veelhoek te verlaten  convex niet-convex
Som hoekgrootten van een convexe n-hoek $= (n-2).180^\circ$

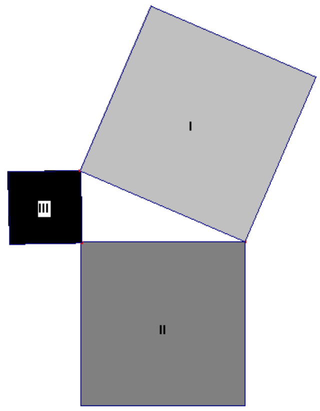
Formules in rechthoekige driehoeken

Stelling van Pythagoras

Meetkundig

In een rechthoekige driehoek is de oppervlakte van het vierkant geconstrueerd op de schuine zijde gelijk aan de som van de oppervlakten van de vierkanten geconstrueerd op de rechthoekszijden.

opp. I = opp II + opp. III

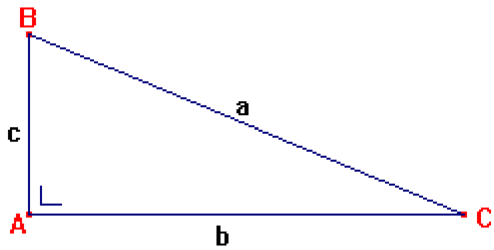


Algebraïsch

In een rechthoekige driehoek is het kwadraat van de schuine zijde gelijk aan de som van de kwadraten van de rechthoekszijden.

Als in een driehoek het kwadraat van de lengte van een zijde gelijk is aan de som van de kwadraten van de lengten van de andere zijden, dan is de hoek tegenover die eerste zijde recht

ΔABC is rechthoekig in $A \Leftrightarrow a^2 = b^2 + c^2$



Bijkomende formules in een rechthoekige driehoek

$a = b' + c'$

$b^2 = b'^2 + h^2 \quad (Pyth\ \triangle ACD)$

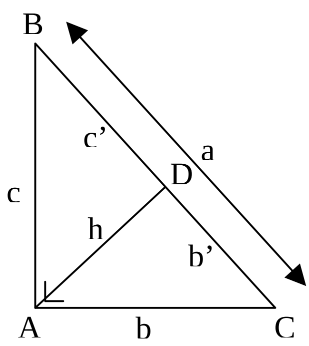
$c^2 = c'^2 + h^2 \quad (Pyth\ \triangle ABD)$

$bc = ah$

$b^2 = a.b'$

$c^2 = a.c'$

$h^2 = b'.c'$



Driehoeksmeting

Verband tussen twee zijden en een hoek

$$\sin \text{scherpe hoek} = \frac{\text{overstaande rechthoekszijde}}{\text{schuine zijde}}$$

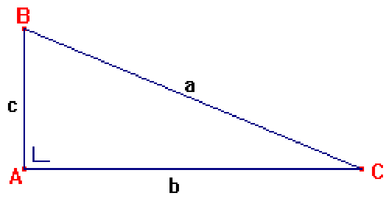
$$\sin B = \frac{b}{a} \qquad \sin C = \frac{c}{a}$$

$$\cos \text{scherpe hoek} = \frac{\text{aanliggende rechthoekszijde}}{\text{schuine zijde}}$$

$$\cos B = \frac{c}{a} \qquad \cos C = \frac{b}{a}$$

$$\tan \text{scherpe hoek} = \frac{\text{overstaande rechthoekszijde}}{\text{aanliggende rechthoekszijde}}$$

$$\tan B = \frac{b}{c} \qquad \tan C = \frac{c}{b}$$



Verband tussen de hoeken

$$\left|\hat{A}\right| = 90^\circ \qquad \left|\hat{B}\right| + \left|\hat{C}\right| = 90^\circ$$

Verband tussen de zijden – stelling van Pythagoras :

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Bijzondere waarden

$\alpha =$	**30°**	**45°**	**60°**
$\sin\alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Eigenschappen

Voor een scherpe hoek met grootte α:

$$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1 \qquad \sin(90^\circ - \alpha) = \cos\alpha$$

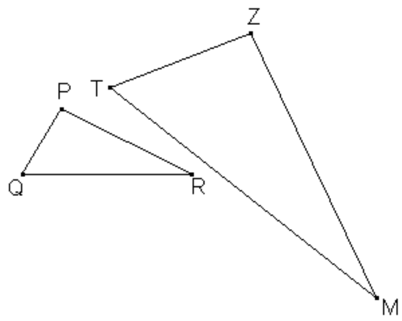
$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \qquad \cos(90^\circ - \alpha) = \sin\alpha$$

Gelijkvormige figuren

Definitie

Een figuur F is gelijkvormig met een figuur F’ als F’ congruent is met een homothetisch beeld van F.

Notatie



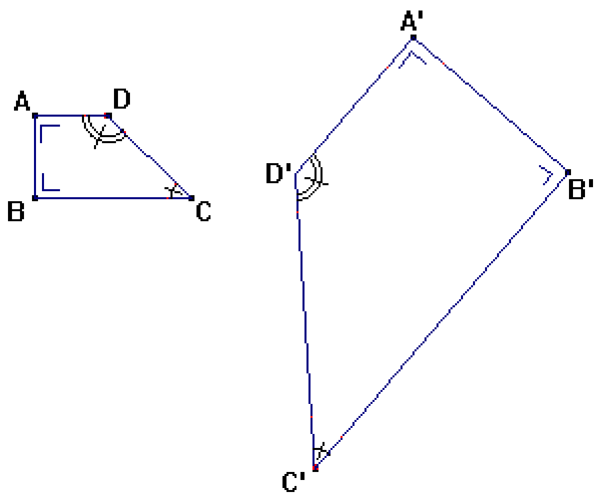
$\Delta PQR \sim \Delta ZTM$

Gelijkstandige hoekpunten op overeenkomstige plaatsen.

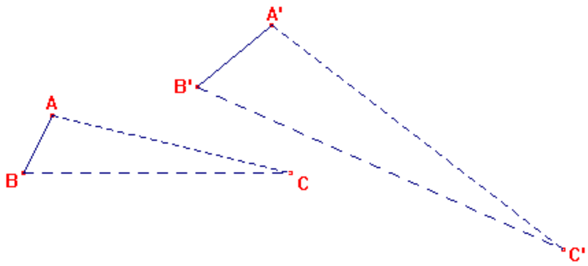
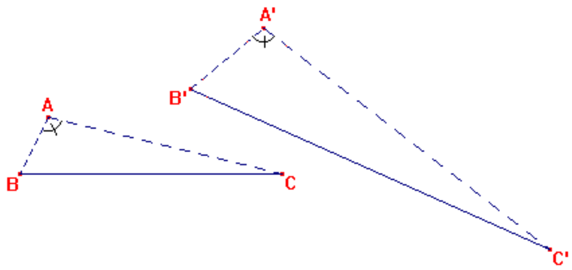
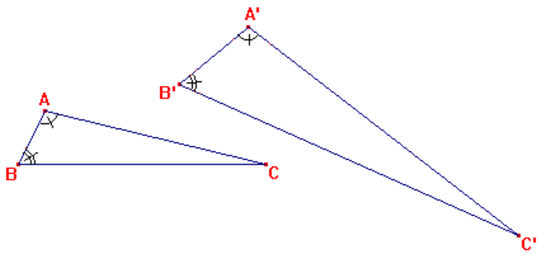
Opmerking

Gelijkvormigheidsfactor = absolute waarde van de factor van de homothetie.

Eigenschappen van gelijkvormige figuren

// stand in een figuur vind je terug in de gelijkvormige figuur ⊥ stand in een figuur vind je terug in de gelijkvormige figuur Gelijkstandige hoeken zijn even groot De lengten van gelijkstandige lijnstukken hebben een constante verhouding die gelijk is aan de gelijkvormigheidsfactor De verhouding van de omtrekken van twee gelijkvormige figuren is gelijk aan de gelijkvormigheidsfactor De verhouding van de oppervlakten van twee gelijkvormige figuren is gelijk aan het kwadraat van de gelijkvormigheidsfactor	

Gelijkvormigheidskenmerken

Gelijkvormigheidskenmerk 1: $\frac{Z}{Z}=\frac{Z}{Z}=\frac{Z}{Z}$	Gelijkvormigheidskenmerk 2: $\frac{Z}{Z} \, H \, \frac{Z}{Z}$
Twee driehoeken zijn gelijkvormig als paarsgewijs de drie zijden evenredig zijn $\frac{\lvert A'B'\rvert}{\lvert AB\rvert}=\frac{\lvert B'C'\rvert}{\lvert BC\rvert}=\frac{\lvert C'A'\rvert}{\lvert CA\rvert}$ 	Twee driehoeken zijn gelijkvormig als paarsgewijs twee zijden evenredig zijn en de ingesloten hoek even groot is. $\frac{\lvert A'B'\rvert}{\lvert AB\rvert}=\frac{\lvert A'C'\rvert}{\lvert AC\rvert}$ en $\lvert\hat{A}\rvert=\lvert\hat{A}'\rvert$ 
Gelijkvormigheidskenmerk 3: *HH*	
Twee driehoeken zijn gelijkvormig als paarsgewijs twee hoeken even groot zijn. $\lvert\hat{A}\rvert=\lvert\hat{A}'\rvert$ en $\lvert\hat{B}\rvert=\lvert\hat{B}'\rvert$ 	

Opmerking

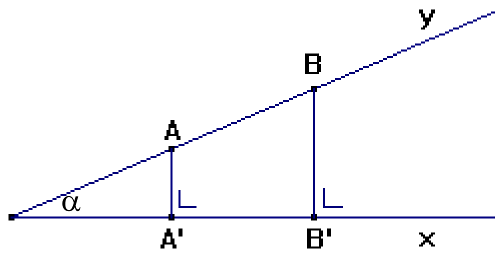
Als twee driehoeken gelijkvormig zijn mag je besluiten dat de gelijkstandige hoeken even groot zijn en de gelijkstandige zijden evenredig.

Projectiestelling en stelling van Thales

Projectiestelling (loodrechte projectie)

Als twee rechten scherpe hoeken met grootte α maken, dan geldt voor een lijnstuk [AB] van y en zijn loodrechte projectie [A’B’]op x:

$$|A'B'| = |AB| \cos\alpha$$



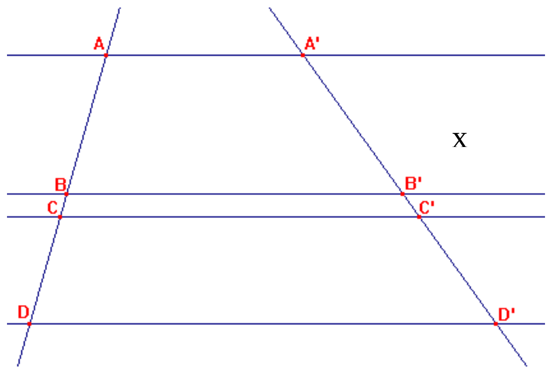
Stelling van Thales

Een projectie op een rechte behoudt de verhouding van twee op een zelfde rechte gelegen lijnstukken

of

De verhouding van twee lijnstukken die door evenwijdige rechten op een snijlijn worden afgesneden, is voor elke snijlijn constant.

$$\frac{|AB|}{|CD|} = \frac{|A'B'|}{|C'D'|} \quad \text{of} \quad \frac{|AD|}{|AC|} = \frac{|A'D'|}{|A'C'|} \quad \text{of} \quad \ldots$$



Omgekeerde stelling van Thales

Als een rechte twee zijden van een driehoek in evenredige stukken verdeelt, dan is die rechte evenwijdig met de derde zijde.

$$\frac{|AD|}{|DB|} = \frac{|AE|}{|EC|} \Rightarrow DE \,//\, BC$$